AS DESIGUALDADES DE BOHNENBLUST–HILLE E HARDY–LITTLEWOOD

DANIEL PELLEGRINO - UFPB

Resumo. A desigualdade de Bohnenblust–Hille, demonstrada em 1931, no Annals of Mathematics, garante que para cada inteiro positivo m existe uma constante $C_m \geq 1$ tal que

$$\left(\sum_{i_1,\ldots,i_m=1}^{N} \left| T(e_{i_1},...,e_{i_m}) \right|^{\frac{2m}{m+1}} \right)^{\frac{m+1}{2m}} \leq C_m \left\| T \right\|,$$

para todos inteiros positivos N e todas formas m-lineares T definidas em $\ell_\infty^N \times \cdots \times \ell_\infty^N$. Embora tenha sido concebida como ferramenta para o estudo de problemas relacionados a séries de Dirichlet, atualmente a desigualdade de Bohnenblust–Hille tem aplicações em diferentes áreas da matemática e até mesmo em Teoria da Informação Quântica. Curiosamente, em tais aplicações, o controle das constantes C_m tem papel central. Apresentaremos resultados recentes que mostram que, em forte contraste com as previsões dos últimos 80 anos, as constantes C_m têm um crescimento muito lento.

Referências

[1] N. Albuquerque, F. Bayart, D. Pellegrino and J. Seoane–Sepúlveda, Sharp generalizations of the multilinear Bohnenblust–Hille inequality, J. Funct. Anal. **266** (2014), 3726–3740.

[2] N. Albuquerque, F. Bayart, D. Pellegrino and J. Seoane–Sepúlveda, Optimal Hardy–Littlewood type inequalities for polynomials and multilinear operators, to appear in Israel Journal of Mathematics (2014).

[3] G. Araújo, D. Pellegrino, D.D.P. Silva, On the upper bounds for the constants of the Hardy–Littlewood inequality, J. Funct. Anal. **267** (2014), 1878–1888.

[4] F. Bayart, D. Pellegrino and J. B. Seoane-Sepúlveda, The Bohr radius of the n–dimensional polydisc is equivalent to $\sqrt{(\log n)/n}$, to appear in Advances in Mathematics (2014).

[5] D. Pellegrino, J.B. Seoane-Sepúlveda, New upper bounds for the constants in the Bohnenblust-Hille inequality. *J. Math. Anal. Appl.* **386** (2012), 300–307.

[6] D. Diniz, G.A. Muñoz-Fernández, D. Pellegrino, J.B. Seoane-Sepúlveda, The asymptotic growth of the constants in the Bohnenblust-Hille inequality is optimal. *J. Funct. Anal.* **263** (2012), no. 2, 415–428.

[7] D. Nuñez-Alarcón, D. Pellegrino, and J.B. Seoane-Sepúlveda. On the Bohnenblust-Hille inequality and a variant of Littlewood's 4/3 inequality. *J. Funct. Anal.* **264** (2013), no. 1, 326–336.

[8] D. Nuñez-Alarcón, D. Pellegrino, J.B. Seoane-Sepúlveda, D.M. Serrano-Rodríguez. There exist multilinear Bohnenblust-Hille constants $(C_n)_{n=1}^{\infty}$ with $\lim_{n\to\infty}(C_{n+1} - C_n) = 0$. *J. Funct. Anal.* **264** (2013), no. 2, 429–463.